UNIVERSITÉ IBN TOFAIL
ENSAK

DS N°1 d'Analyse Numérique, S4

2015/2016

Durée : 1h30

Documents non autorisés

Calculatrice autorisée (téléphones interdits)

Exercice 1 :

La courbe des **puissances classées** d'un service d'électricité de l'ONE représente la proportion de l'année ou la demande d'électricité atteint ou dépasse une puissance donnée (en gigawatts ou GW). Plus la puissance est grande, plus petite est la proportion de l'année où la demande dépasse cette valeur. Ainsi, la puissance maximale n'est atteinte que pendant une infime portion de l'année, généralement durant les froids de l'hiver. Cette courbe est par définition décroissante.

Pour certaine année de référence, on dispose des données (fictives) suivantes :

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Proportion de l'année	0	0.1	0.2	0.5	0.8	0.9	1
Puissance p (GW)	30	29	24	19	18	15	0

1- Donner la matrice de Vandermonde (sans calculer le polynôme d'interpolation) qui permet le calcul de l'approximation continue de la courbe des puissances classées.
2- Quelle est le degré du polynôme d'interpolation.
3- Donner la table des différences divisées pour ce problème d'interpolation.
4- En quoi nous aidera la méthode de Newton par rapport à celle de Lagrange ?
5- Déduire le polynôme d'interpolation des puissances $p(x)$ en utilisant la méthode de *Newton.*
6- Donner l'expression de l'erreur numérique sachant que les dérivées successives de la puissance sont majorées par une puissance M_i ($M_i = \max_{x\in[0,1]} p(x)^{(i)}$).
7- Montrer que pendant 30% de l'année la puissance demandée dépasse 20.5 GW

Rappelons que l'aire sous la courbe des puissances classées n'est que l'énergie totale E vendue au cours de l'année en question soit $\int_0^1 p(x)dx$. $= E$

8- Quels sont les intervalles choisi pour effectuer une intégration numérique afin d'obtenir l'énergie totale E.

9- Donner l'énergie totale E par la méthode de Simpson.

Examen d'Analyse Numérique (S4)

2015/2016, Durée 2h

Exercice 1: (8 pts)

On cherche à résoudre l'équation $e^x - 3x^2 = 0$ qui possède deux racines $r_1 = -0.4589$ et $r_2 = 0.91$ ainsi qu'une troisiéme racine prés de 4.

On vous propose les méthodes de points fixes suivantes pour obtenir r_1.

$$x = g_1(x) = -\sqrt{\frac{e^x}{3}}$$
$$x = g_2(x) = -\left(\frac{e^x - 3x^2 - 3.3857x}{3.3857}\right)$$

1- Ces méthodes de points fixes sont-elles susceptibles de converger vers r_1. (Ne pas faire les itérations).
2- Déterminer celle qui produit une convergence quadratique vers r_1.
3- La méthode de bissection convergera-t-elle vers l'une des racines si on prend [-1,0] comme intervalle de départ ?
4- Donner l'algorithme de la méthode de Newton pour déterminer la troisiéme racine.
5- Quel est l'ordre de convergence de cette méthode (a justifier).

Exercice 2: (10 pts)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2.1 Donner la décomposition LU de la matrice A. (2 pts)
2.2 Déduire la résolution du systéme suivant : (2 pts)

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 6 \\ 2x + 5y + 3z = 11 \\ 2x + 3y + 3z = 9 \end{cases}$$

2.4 Donner l'algorithme de Gauss-Seidel permettant la résolution du systéme précédent. (2 pts)
2.5 Que peut on dire sur la convergence de la méthode de Gauss-Seidel et de Jacobi appliquées au systéme précédent.

Exercice 3: (2 pts)

Soit l'équation différentielle : $\begin{cases} y'(x) = -y(x) + x + 1 \ sur\ [0.1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$

3.1 Donner l'algorithme de résolution de cette équation par la méthode d'Euler pour $i \epsilon \{1,2,\dots,10\}\ avec\ x_i = ih$.